Correction des exercices 150 p 217 et 154 p 218 (Merci Lili)

Exercice 150 p 217

1a. $$z = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{-1-i\sqrt{3} - 2}{-1+i\sqrt{3}-2} = \frac{(-3-i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}{(-3+i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}$$

$$= \frac{9 + 3\sqrt{3}i + 3\sqrt{3}i - 3}{(-3)^2 - (-i\sqrt{3})^2} = \frac{6 + 6\sqrt{3}i}{12}$$

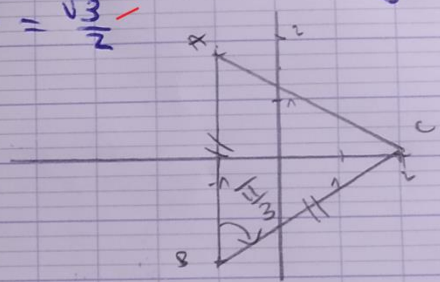
$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

on cherche $|z|$ et $\arg(z)$.

$|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$

$\arg(z)$: on a $\begin{cases} \cos\theta = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}/2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ donc $\theta = \frac{\pi}{3}$

$z = 1 \times \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$



b. Interpretation du module :

$|z| = 1$

$\left|\frac{z_B - z_C}{\cancel{z_B - z_A}}\right| = 1 \rightarrow \frac{|z_B - z_C|}{|\cancel{z_B - z_A}|} = 1 \rightarrow \frac{CB}{\cancel{AB}} = 1$

Attention : cohérence question a)

$z_A - z_C$ CA

d'où $\cancel{AB} = CB$

Interprétation de l'argument :

$\arg(z) = \frac{\pi}{3}$

$\arg\left(\frac{z_B - z_C}{\cancel{z_B - z_A}}\right) = \frac{\pi}{3}$ d'où $(\cancel{\overrightarrow{AB}}; \overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3}$

CA $\overrightarrow{CA}$

2. Comme $\cancel{AB}$ CA $= CB$ → on a ABC isocèle en B

de plus $(\cancel{\overrightarrow{AB}}; \overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3}$ donc $\hat{C}\,\cancel{B} = 60°$

or la somme $\overrightarrow{CA}$ des angles d'un triangle est égale à 180° donc $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$ $\hat{A} = \cancel{\hat{C}}\ \hat{B}$

$\hat{B}$ $2\cancel{\hat{C}} + 60 = 180$

$2\cancel{\hat{C}} = 120 \rightarrow \cancel{\hat{C}} = 60 = \hat{A} = \cancel{\hat{B}}$

$\hat{B}$ $\hat{C}$

ainsi ABC est équilatéral.

SHOT ON REDMI 7
AI DUAL CAMERA

Exercice 154 p 218

exercice 154 p 218

1.a $z = \dfrac{z_C - z_A}{z_D - z_B} = \dfrac{(2+3i)-(-i)}{(-1+2i)-3} = \dfrac{2+4i}{-4+2i} = \dfrac{2(1+2i)}{2(-2+i)}$

$= \dfrac{(1+2i)(-2-i)}{(-2+i)(-2-i)} = \dfrac{-2-i-4i-2i^2}{(-2)^2-(i)^2} = \dfrac{-5i}{5} = -i$

b. on cherche $|z|$ et $\arg(z)$.

$|z| = \sqrt{0^2+(-1)^2} = \sqrt{1} = 1$

et $\theta = \arg(z)$ on a : $\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{0}{1} = 0 \\ \sin\theta = \dfrac{-1}{1} = -1 \end{cases}$ d'où $\theta = -\dfrac{\pi}{2}$

interprétation du module :

TB

$|z| = 1$

$\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right| = 1 \rightarrow \dfrac{|z_C - z_A|}{|z_D - z_B|} = 1 \rightarrow \dfrac{AC}{BD} = 1 \rightarrow AC = BD$

Interpretation de l'argument :

$\arg(z) = -\frac{\pi}{2}$

inutile. je confime

$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right) = -\frac{\pi}{2}$ $\left(\arg(z_C - z_A) - \arg(z_D - z_B) = -\frac{\pi}{2}\right)$

d'où $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AC}) = \boxed{-\frac{\pi}{2}}$

c. on sait que $AC = BD$ et que $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2}$ $(= 90°)$

↳ cad que $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont ~~colinéaires~~ orthogonaux

donc $[AC]$ et $[BD]$ sont les diagonales du quadrilatère. ($\bar{m}$ longueur / perpendiculaires).

2. ~~Le~~ quadrilatère ABCD est un carré → diagonales de $\bar{m}$ longueur et perpendiculaires

il faut aussi qu'elles se coupent en leur milieu

3 on cherche la distance (module) d'un côté :

$AB = |z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A| = |3 - (-i)| = |3 + i|$

$= \sqrt{3^2 + 1^2}$

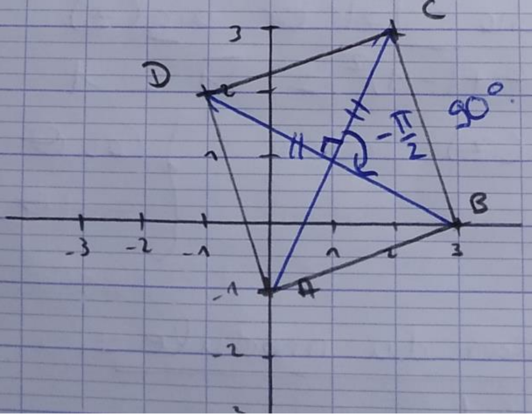
$AB \leftarrow = \sqrt{10}$

donc l'aire d'un carré $=$ côté^2

$= AB^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$

l'aire du quadrilatère ABCD est 10 ..²

effectivement pas d'unité dans cet exercice



TB

SHOT ON REDMI 7
AI DUAL CAMERA