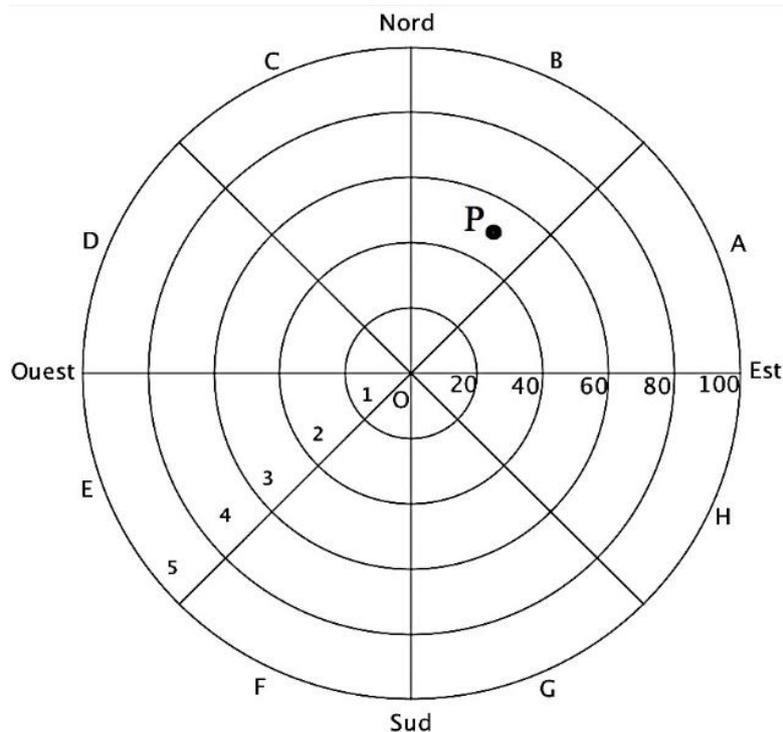


QCM 1 TS1 : Exercice de BAC sur les complexes (lien graphique/calcul/modules et arguments)

Dans une vaste plaine, un réseau de capteurs permet de détecter la foudre et de produire une image des phénomènes orageux. Ces données servent en particulier aux services météorologiques pour améliorer leurs prévisions et pour permettre des interventions plus rapides sur les lieux, notamment en cas d'incendie.

Le but de l'exercice est d'étudier les impacts de foudre détectés par un capteur.

L'écran radar, sur lequel les points d'impact de foudre sont observés, a l'allure suivante :



Le capteur de foudre étant représenté par le centre de l'écran, cinq cercles concentriques correspondant aux rayons respectifs 20, 40, 60, 80 et 100 kilomètres délimitent dans l'ordre cinq zones, numérotées de 1 à 5, définies par leur distance au capteur. De plus, huit segments partant du capteur délimitent huit portions, de même ouverture angulaire, nommées dans le sens trigonométrique de A à H.

L'écran est ainsi partagé en quarante secteurs dénommés par une lettre et un nombre entre 1 et 5. Par exemple, le point P positionné sur la figure est situé dans le secteur B3.

On assimile l'écran radar à une partie du plan complexe en définissant un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ de la manière suivante :

- l'origine O marque la position du capteur ;
- l'axe des abscisses est orienté d'Ouest en Est ;
- l'axe des ordonnées est orienté du Sud au Nord ;
- l'unité choisie est le kilomètre.

Dans la suite, un point de l'écran radar est associé à un point d'affixe z .

Question 1 :

On note z_P l'affixe du point P situé dans le secteur $B3$ sur le graphique précédent. On appelle r le module de z_P et θ son argument dans l'intervalle $] -\pi; \pi]$. Parmi les 4 propositions suivantes, déterminer la seule qui propose un encadrement correct pour r et pour θ .

Solution : Merci Clémence !

QCM:

Question 1:

- r est le module de z_P , c'est donc la distance entre le centre du cercle (donc l'origine du repère) et le point P .
Or le point P se situe entre le cercle de 40 km de rayon et entre le cercle de 60 km de rayon.
Donc $r \in [40; 60]$ ✓ **TB**

- $\arg(z_P)$ est la mesure de l'angle orienté allant de l'axe des abscisses (celui d'Ouest en Est) au point P .
Or l'axe séparant la partie A de la partie B représente l'angle orienté $\pi/4$.
Et l'axe des ordonnées (Nord-Sud) représente l'angle orienté $\pi/2$.
Or P est compris entre ces deux axes.
Donc $\arg(z_P) \in [\pi/4; \pi/2]$ ✓ **TB**

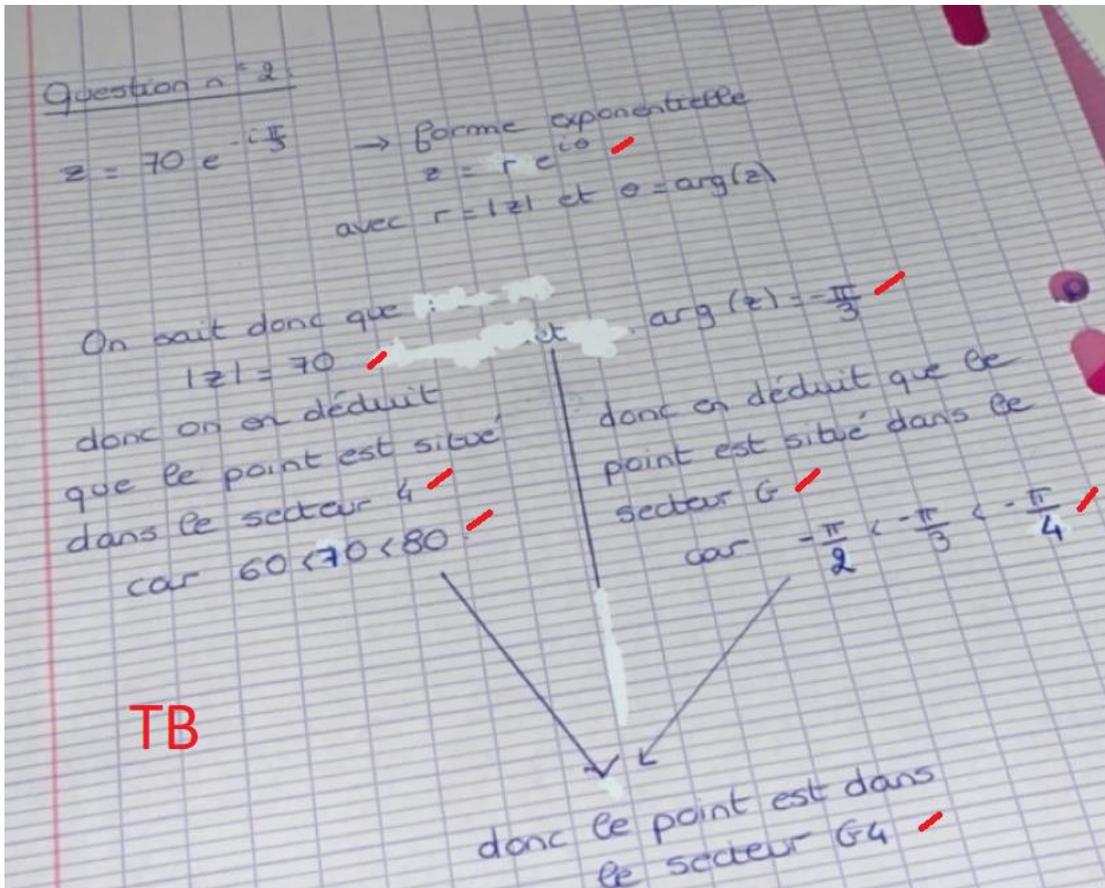
\Rightarrow Réponse C : $40 < r < 60$ et $\pi/4 < \arg(z_P) < \pi/2$ ✓

Question 2 :

Un impact de foudre est matérialisé sur l'écran en un point d'affixe $z = 70e^{-\frac{i\pi}{3}}$.

Déterminer le secteur auquel ce point appartient :

Solution : Merci Anaïs !



Question 3 :

Un impact de foudre est matérialisé sur l'écran en un point d'affixe $Z = -45\sqrt{3} + 45i$.

Déterminer le secteur auquel ce point appartient :

Solution : Merci Emma Z. !

On a : $z = -45\sqrt{3} + 45i$

(F.A) ↗

• $r = |z| = \sqrt{(-45\sqrt{3})^2 + (45)^2} = 90$

TB

Donc, le rayon est compris entre 80 et 100 → on peut éliminer les solutions C4 et D4 car $r > 80$.

• avec $\arg(z) = \theta$, on a :

TB

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{-45\sqrt{3}}{90} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ d'où } \theta = \frac{5\pi}{6} \text{ sur }]0; 2\pi]$$

$z = 90 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$ ← (F.T)

Comme $\frac{5\pi}{6}$ est situé dans le secteur D.

réponse : D5

