

49 p. 337

1) Puisque X suit la loi uniforme, la densité de probabilité de la loi uniforme sur $[12, 20]$ est la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{20-12} = \frac{1}{8}$$

2) a. $P(X < 15) = P(12 < X < 15) = \int_{12}^{15} \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_{12}^{15}$
 $= \frac{1}{8} \times 15 - \frac{1}{8} \times 12 = \frac{3}{8} = 0,375$ donc $p(A) = 0,375$

b. $P(X > 17) = P(17 < X < 20) = \int_{17}^{20} \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_{17}^{20}$
 $= \frac{1}{8} \times 20 - \frac{1}{8} \times 17 = \frac{3}{8} = 0,375$ donc $p(B) = 0,375$

c. $P(14 < X < 19) = \int_{14}^{19} \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_{14}^{19}$
 $= \frac{1}{8} \times 19 - \frac{1}{8} \times 14 = \frac{5}{8} = 0,625$ donc $p(C) = 0,625$

d. $P(X < 15,8) = P(12 < X < 15,8) = \int_{12}^{15,8} \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_{12}^{15,8}$
 $= \frac{1}{8} \times 15,8 - \frac{1}{8} \times 12 = 0,475$ donc $p(D) = 0,475$

3) $P(X < k) = P(12 < X < k) = \int_{12}^k \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_{12}^k$
 $= \frac{1}{8} \times k - \frac{1}{8} \times 12 = 0,25$

donc $\frac{1}{8} k = 0,25 + 1,5 = 1,75$

$k = 1,75 \times 8 = 14$

donc $P(X < k) = 0,25$ pour $k = 14$

4) $P(X > t) = P(t < X < 20) = \int_t^{20} \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{8} \times x \right]_t^{20}$
 $= \frac{1}{8} \times 20 - \frac{1}{8} \times t = 0,42$

donc $-\frac{1}{8}t = 0,42 - 2,5 = -2,08$

$t = -2,08 \times (-8) = 16,64$

donc $P(X > t) = 0,42$ pour $t = 16,64$

5) $E(X) = \frac{12+20}{2} = \frac{32}{2} = 16$

61 p. 33+

1) $E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,2} = 5$ La durée de vie moyenne d'un appareil de ce modèle est de 5 ans.

2) Probabilité que la durée de vie d'un appareil de ce modèle soit inférieure à 7 ans.

$$P(X \leq 7) = P(0 \leq X \leq 7) = \int_0^7 \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_0^7 = -e^{-7\lambda} - (-e^{-\lambda \cdot 0}) = 1 - e^{-7 \times 0,2} \approx 0,75$$

→ la probabilité que la durée de vie de cet appareil soit inférieure à 7 ans est de 0,75.

• Proba. que la durée de vie d'un appareil soit supérieure à 7 ans.

$P(X > 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - 0,75 = 0,25$
↳ d'après la question précédente

→ la proba que la durée de vie de cet appareil soit supérieure à 7 ans est de 0,25.

• Proba que la durée de vie de cet appareil soit comprise entre 4 et 7 ans

$$P(4 \leq X \leq 7) = \int_4^7 \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_4^7 = -e^{-7\lambda} - (-e^{-4\lambda}) = -e^{-7 \times 0,2} + e^{-4 \times 0,2} = 0,21 \text{ plutôt: } 0,203$$

→ la proba que la durée de vie de cet appareil soit comprise entre 4 et 7 ans est de 0,21.

3) $p_{(X>4)}(X < 7) = 1 - p_{(X>4)}(X > 7) = 1 - p_{(X>4)}(X > 4+3) = 1 - p(X > 3) = p(X < 3)$

"propriété de durée de vie sans vieillissement"

puis $p(X < 3) = p(0 < X < 3) = 1 - e^{-3 \times 0,2} = 0,45$