

<p style="text-align: center;">Le muon, explorateur de volcan (Bac S – Polynésie - septembre 2015)</p>
--

Corrigé réalisé par B. Louchart, professeur de Physique-Chimie au Lycée Pierre de La Ramée de Saint-Quentin (02)

© <http://b.louchart.free.fr>

I. Les muons créés en haute atmosphère

1. Dilatation des durées

a) La vitesse des muons est proche de c .

La durée de parcours d'un muon créé à une altitude $h = 20 \text{ km}$ pour arriver jusqu'au sol est donc voisine de :

$$\Delta t = \frac{h}{c} = \frac{20 \times 10^3}{3,0 \times 10^8} = 6,7 \times 10^{-5} \text{ s} = 67 \mu\text{s}$$

Cette valeur correspond à ce qui est indiqué dans le 1^{er} document.

b) La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.

c) Or la durée de vie d'un muon est 30 fois plus faible que les $67 \mu\text{s}$ calculés à la question a).

On ne devrait donc pas pouvoir détecter de muon à la surface de la Terre, selon la théorie classique.

En fait, il y a une dilatation des durées : la durée de vie mesurée par un observateur terrestre est supérieure à la durée de vie propre.

2. Dilatation des durées

a) D'après les données, "dans les conditions de l'expérience une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique est soumise à une force magnétique proportionnelle à la vitesse de la particule, à la valeur absolue de sa charge et au champ magnétique ; cette force est indépendante de la masse de la particule.

Ainsi, quand un proton, un électron et un muon arrivent dans la zone de champ magnétique à la même vitesse, ils sont soumis à une force magnétique de même intensité car :

- la vitesse des 3 particules est la même
- ils ont la même valeur absolue de la charge électrique
- ils sont soumis au même champ magnétique
- cette force est indépendante de la masse des particules

- b) Si on fait agir la même force sur des systèmes différents, l'effet n'est pas toujours le même.
Il dépend de la masse de ce système : plus la masse est faible, plus l'effet de la force est important.

Ainsi, ici, la courbure de la trajectoire n'est pas la même pour les 3 particules : plus la masse est faible, plus la courbure est importante.

La trajectoire du muon étant moins incurvée que celle d'un électron, mais plus que celle d'un proton, on en déduit que la masse du muon est plus grande que celle d'un électron, mais moins grande que celle d'un proton.

II. Les muons au CERN

1. Calculons le facteur de Lorentz dans l'expérience menée au CERN :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,9994c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9994^2}} = 29$$

$\Delta T = \gamma \times \Delta T_0 \Rightarrow$ ces muons ont une durée de vie mesurée dans le référentiel lié au laboratoire environ égale à 30 fois leur durée de vie propre.

2. D'après le document, bien qu'un muon ne puisse survivre plus de 14 ou 15 tours selon la mécanique newtonienne, la plupart d'entre eux font plus de 400 tours.
C'est dû à la dilatation des durées.

En effet, $\frac{400}{14} = 29$: on retrouve la valeur de γ .

La durée mesurée est environ 30 fois plus grande que la durée propre : $\Delta T = \gamma \times \Delta T_0$

III. Les muons pour la tomographie d'un volcan

1. D'après le document 2, "[un] muon perd en moyenne 2 MeV par cm de roche traversée".

Un muon d'énergie 4 GeV pourrait donc traverser une épaisseur $e = \frac{4 \times 10^9}{2 \times 10^6} = 2000 \text{ cm} = 20 \text{ m}$ de roche seulement.

Ce muon ne pourrait donc pas traverser le volcan, et ne pourrait donc pas être utilisé pour le radiographier.

2. D'après le document 2, "au niveau du sol, le flux moyen de muons est d'environ 1 muon par cm^2 et par minute".

Calculons la surface au sol du volcan.

D'après la carte, on peut estimer que le diamètre du volcan vaut $D = 1000 \text{ m}$.

Sa surface au sol est donc voisine de :

$$S = \pi R^2 = \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 1000^2}{4} = 8 \times 10^5 \text{ m}^2 = 8 \times 10^9 \text{ cm}^2$$

Donc on peut considérer que chaque minute, il y a 8×10^9 muons ordinaires qui arrivent sur le volcan.

Chaque muon ayant en moyenne une énergie de 4 GeV, cela correspond à une énergie :

$$E = 8 \times 10^9 \times 4 \times 10^9 \times 1,60 \times 10^{-19} = 5 \text{ J}$$

Cela correspond à l'énergie consommée par une ampoule électrique de puissance $\mathcal{P} = 10 \text{ W}$ pendant $\Delta t = 0,5 \text{ s}$.

$$\text{En effet, } E' = \mathcal{P} \times \Delta t = 10 \times 0,5 = 5 \text{ J}$$

3. La masse d'un muon est $m = 105,66 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

$$\Rightarrow mc^2 = 105,66 \text{ MeV}$$

L'énergie d'un muon en mouvement est : $E = \gamma mc^2$

$$\text{On a donc : } \gamma = \frac{E}{mc^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{mc^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{mc^2}{E}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{105,66 \times 10^6}{4 \times 10^9} \right)^2} = 0,9997$$

$$\Rightarrow v = 0,9997 c$$

La vitesse v de ces muons étant très proche de c , ils sont qualifiés d' "ultra-relativistes".